

В заданиях используются следующие соглашения.

1. Обозначения для логических связок (операций):

- a) *отрицание* (инверсия, логическое НЕ) обозначается  $\neg$  (например,  $\neg A$ );
- b) *конъюнкция* (логическое умножение, логическое И) обозначается  $\wedge$  (например,  $A \wedge B$ ) либо  $\&$  (например,  $A \& B$ );
- c) *дизъюнкция* (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается  $\vee$  (например,  $A \vee B$ ) либо  $|$  (например,  $A | B$ );
- d) *следование* (импликация) обозначается  $\rightarrow$  (например,  $A \rightarrow B$ );
- e) *тождество* обозначается  $\equiv$  (например,  $A \equiv B$ ); выражение  $A \equiv B$  истинно тогда и только тогда, когда значения  $A$  и  $B$  совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);
- f) символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 – для обозначения лжи (ложного высказывания).

2. Два логических выражения, содержащие переменные, называются *равносильными* (эквивалентными), если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения  $A \rightarrow B$  и  $(\neg A) \vee B$  равносильны, а  $A \vee B$  и  $A \wedge B$  неравносильны (значения выражений разные, например, при  $A = 1, B = 0$ ).

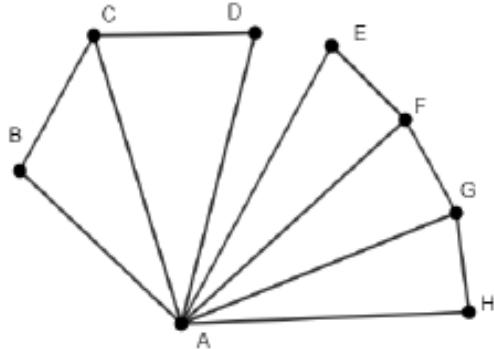
3. Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом,  $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$  означает то же, что и  $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$ .

Возможна запись  $A \wedge B \wedge C$  вместо  $(A \wedge B) \wedge C$ . То же относится и к дизъюнкции: возможна запись  $A \vee B \vee C$  вместо  $(A \vee B) \vee C$ .

4. Обозначения Мбайт и Кбайт используются в традиционном для информатики смысле – как обозначения единиц измерения, соотношение которых с единицей «байт» выражается степенью двойки.

## Задание 1.

На рисунке схема дорог изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог в километрах. Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графике. Известно, что дорога EF длиннее дороги BC. Определите сумму длин дорог AD и AG.



	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
П1					24			18
П2			13		21			
П3		13			20	19		
П4					25		10	
П5	24	21	20	25		22	26	29
П6			19		22			
П7				10	26			15
П8	18				29		15	

Задание 2 Логическая функция  $F$  задаётся выражением

$$((w \rightarrow \neg x) \equiv (z \rightarrow y)) \wedge (y \vee w).$$

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции  $F$ .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных  $x, y, z, w$ .

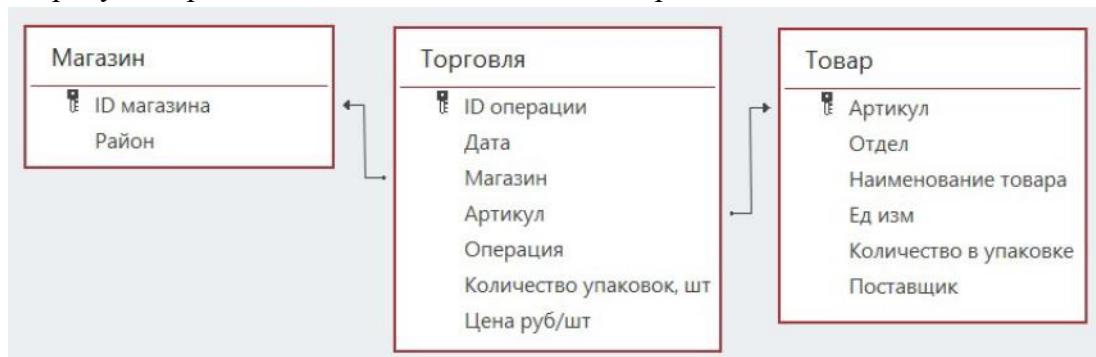
Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	$F$
1	1	1	0	0
0	0	1	1	1
0		0		1

**Задание 3** В файле **3.xls** приведён фрагмент базы данных «Продукты», содержащей информацию о поставках товаров и их продаже. База данных состоит из трёх таблиц.

Таблица «Торговля» содержит записи о поставках и продажах товаров в магазинах города в июне.

Таблица «Товар» содержит данные о товарах. Таблица «Магазин» содержит данные о магазинах.

На рисунке приведена схема базы данных, содержащая все поля каждой таблицы и связи между ними.



Используя информацию из приведённой базы данных, определите общую сумму выручки, полученную от продаж продуктов отдела «Молоко» в магазинах Октябрьского района с 20 по 25 июня. В ответе запишите число – найденную сумму выручки в рублях.

**Задание 4** По каналу связи передаются сообщения, содержащие только заглавные русские буквы. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Кодовые слова для некоторых букв известны: А — 000, Б — 01, В — 1101, Г — 111, Д — 0010, Е — 100. Какое наименьшее количество двоичных знаков потребуется для кодирования слова КОКОС?

**Задание 5.** На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа  $N$ .

2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:

а) если сумма цифр в двоичной записи числа чётная, то к этой записи справа дописывается 0, а затем два левых разряда заменяются на 10;

б) если сумма цифр в двоичной записи числа нечётная, то к этой записи справа дописывается 1, а затем два левых разряда заменяются на 11.

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа  $R$ .

Например, для исходного числа  $6 = 110_2$  результатом является число  $1000_2 = 8$ , а для исходного числа  $4 = 100_2$  результатом является число  $1101_2 = 13$ .

Укажите минимальное число  $N$ , после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число  $R$ , не меньшее, чем 32.

**Задание 6.** Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси абсцисс, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения.

У исполнителя существует 6 команд: **Поднять хвост**, означающая переход к перемещению без рисования; **Опустить хвост**, означающая переход в режим рисования; **Вперёд n** (где n – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова; **Назад n** (где n – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлении; **Направо m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов по часовой стрелке, **Налево m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки.

Запись

**Повтори k [Команда1 Команда2 ... КомандаS]**

означает, что последовательность из S команд повторится k раз.

Черепахе был дан для исполнения следующий алгоритм:

**Повтори 2 [Вперёд 5 Направо 90 Вперёд 8 Направо 90]**

**Поднять хвост**

**Вперёд 2 Направо 90 Вперёд 4 Налево 90**

**Опустить хвост**

**Повтори 2 [Вперёд 4 Направо 90 Вперёд 9 Направо 90]**

Выполняя этот алгоритм, Черепаха рисует одну за другой две фигуры. Определите, сколько точек с целочисленными координатами будут находиться внутри области, полученной при пересечении двух фигур. Точки на границах указанной области следует учитывать.

**Задание 7.** Музыкальный фрагмент был записан в формате стерео (двухканальная запись), оцифрован с частотой дискретизации 44 кГц и разрешением 16 бит и сохранён без использования сжатия данных. Получился файл размером 120 Мбайт. Затем тот же фрагмент был записан в формате квадро (четырёхканальная запись) с частотой дискретизации 88 кГц и тоже сохранён без сжатия, при этом получился файл размером 720 Мбайт. С каким разрешением проводилась вторая запись? В ответе укажите целое число – разрешение в битах, единицу измерения писать не нужно.

**Задание 8.** Сколько существует чисел, шестнадцатеричная запись которых содержит 4 цифры, причём все цифры различны и никакие две чётные и две нечётные цифры не стоят рядом.

**Задание 9.** В файле электронной таблицы **9.xls** содержатся вещественные числа – результаты ежечасного измерения концентрации примесей в воде очистных установок на протяжении трех месяцев. Найдите количество значений концентраций, не совпадающих ни с тремя различными минимальными, ни с тремя различными максимальными значениями, полученными за весь период наблюдений.

**Задание 10.** Определите, сколько раз в тексте романа Михаила Булгакова «Мастер и Маргарита» (**файл 10.docx**) встречается существительное «француз» в любой форме.

**Задание 11.** Каждый объект, зарегистрированный в информационной системе, получает уникальный код из двух частей. Первая часть определяет категорию объекта и состоит из 7 символов, каждый из которых может быть любой из 26 заглавных латинских букв. Вторая часть кода задаёт порядковый номер объекта внутри категории и может быть целым числом от 1 до 999. Для представления первой части кода используют посимвольное кодирование, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством битов. Вторая часть кодируется как двоичное целое число с использованием минимально возможного количества битов. Для кода в целом выделяется минимально возможное целое количество байтов. Кроме того, для каждого объекта выделен одинаковый объём памяти для хранения дополнительных регистрационных данных. Для хранения кода и дополнительных регистрационных данных 48 объектов потребовалось 1056 байт. Сколько байтов выделено для хранения дополнительных регистрационных данных одного объекта? В ответе запишите только целое число – количество байтов.

**Задание 12.** Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах *v* и *w* обозначают цепочки символов.

заменить (*v*, *w*)

нашлось (*v*)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки *v* на цепочку *w*. Если цепочки *v* в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка *v* в строке исполнителя Редактор.

К исходной строке, содержащей более 60 единиц и не содержащей других символов, применили приведённую ниже программу.

НАЧАЛО

ПОКА нашлось (111)

    заменить (111, 2)

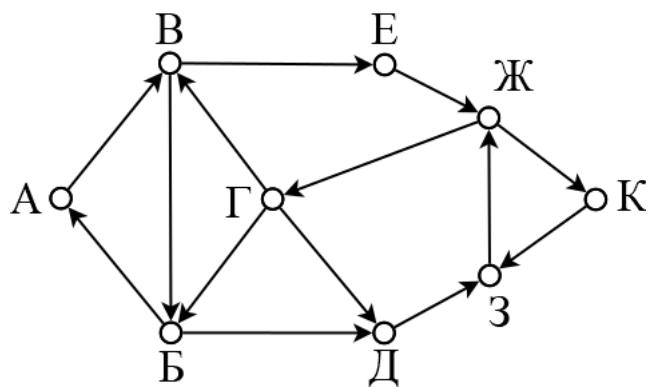
    заменить (222, 1)

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

В результате получилась строка 221. Какое наименьшее количество единиц могло быть в исходной строке?

**Задание 13** На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует маршрутов, начинающихся и оканчивающихся в городе Г и не проходящих дважды через один и тот же пункт?



**Задание 14.** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 44.

$$1x23_{44} + 32x1_{44}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 44-ричной системы счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 42. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 42 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

**Задание 15** Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 50)) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 18) \vee \text{ДЕЛ}(x, 50))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

**Задание 16.** Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(0) = 0;$$

$$F(n) = F(n/2), \text{ если } n > 0 \text{ и при этом } n \text{ чётно};$$

$$F(n) = 1 + F(n - 1), \text{ если } n \text{ нечётно.}$$

Сколько существует таких чисел  $n$ , что  $1 \leq n \leq 500$  и  $F(n) = 8$ ?

**Задание 17.** В файле **17.txt** содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые положительные значения до 10 000 включительно. Необходимо найти сумму минимального и максимального числа среди оканчивающихся на 4 элементов последовательности. Затем программа должна найти и вывести количество пар элементов последовательности, сумма которых меньше найденной суммы, а также наибольшую из этих сумм. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

**Задание 18** Квадрат разлинован на  $N \times N$  клеток ( $1 < N < 20$ ). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: **вправо** или **вниз**. По команде **вправо** Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде **вниз** — в соседнюю нижнюю. При попытке пересечь границы (внутренние и границы квадрата) Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата указана плата за посещение в размере от 1 до 100. Посетив клетку, Робот платит за её посещение; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Определите максимальную денежную сумму, которую заплатит Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю.

**Пример входных данных:**

1	8	8	4
10	1	1	3
1	3	12	2
2	3	5	6

Для указанных входных данных ответом должно быть число: 41

**Задание 19.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 87. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 87 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 9 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 77$ .

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

**Задание 20.** Для игры, описанной в задании 19, найдите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21.** Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**Задание 22.** В файле **22.xls** содержится информация о совокупности  $N$  вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Будем говорить, что процесс B зависит от процесса A, если для выполнения процесса B необходимы результаты выполнения процесса A. В этом случае процессы могут выполняться только последовательно. Информация о процессах представлена в файле в виде таблицы. В первом столбце таблицы указан идентификатор процесса (ID), во втором столбце таблицы – время его выполнения в миллисекундах, в третьем столбце перечислены с разделителем «;» ID процессов, от которых зависит данный процесс. Если процесс является независимым, то в таблице указано значение 0.

Определите минимальное время, через которое завершится выполнение всей совокупности процессов, при условии, что все независимые друг от друга процессы могут выполняться параллельно.

Типовой пример организации данных в файле:

ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса(ов) A
1	4	0
2	3	0
3	1	1; 2
4	7	3

В данном случае независимые процессы 1 и 2 могут выполняться параллельно, при этом процесс 1 завершится через 4 мс, а процесс 2 – через 3 мс с момента старта. Процесс 3 может начаться только после завершения обоих процессов 1 и 2, то есть, через 4 мс после старта. Он длится 1 мс и закончится через  $4 + 1 = 5$  мс после старта. Выполнение процесса 4 может начаться только после завершения процесса 3, то есть, через 5 мс. Он длится 7 мс, так что минимальное время завершения всех процессов равно  $5 + 7 = 12$  мс.

**Задание 23.** Исполнитель преобразует число, записанное на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. **Прибавь 1**
2. **Умножь на 2**
3. **Умножь на 5**

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 2, третья – умножает на 5. Сколько существует различных программ, которые преобразуют исходное число 3 в число 260 и содержат больше команд умножения, чем сложения?

**Задание 24.** Текстовый файл **24.txt** содержит строку из символов А, В, С и цифр 1, 2, 3, всего не более чем  $10^6$  символов. Определите максимальное количество идущих подряд троек символов вида «буква + цифра + цифра».

**Задание 25.** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^8$ , найдите все числа, соответствующие маске 12?4\*65, делящиеся на 141 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 141.

**Задание 26.** При проведении эксперимента заряженные частицы попадают на чувствительный экран, представляющий из себя матрицу размером 10000 на 10000 точек. При попадании очередной частицы на экран в файл записываются координаты чувствительного элемента: номер строки (целое число от 1 до 10000) и номер позиции в строке (целое число от 1 до 10000). Точка экрана, в которую попала хотя бы одна частица, считается светлой, точка, в которую ни одна частица не попала, – тёмной.

Вам необходимо по заданному протоколу определить номер строки с наибольшим количеством светлых точек в чётных позициях. Если таких строк несколько, укажите номер первой из подходящих строк.

**Входные данные** представлены в файле **26.txt** следующим образом. В первой строке входного файла записано целое число  $N$  – количество частиц, попавших на экран. В каждой из следующих  $N$  строк записаны по два числа, разделённые пробелом: номер строки и номер позиции в строке.

Запишите в ответе два числа: сначала наибольшее количество светлых точек в чётных позициях одной строки, затем – номер строки, в которой находятся эти точки.

**Пример входного файла:**

7  
1 2  
2 3  
3 6  
2 5  
1 4  
2 5  
2 3

При таких исходных данных в строке 1 имеются две точки в чётных позициях (2 и 4). Ответ: 2 1.

**Задание 27.** Данна последовательность натуральных чисел. Назовём парой любые два числа из последовательности. Необходимо определить количество пар, в которых сумма чисел в паре делится без остатка на 3, а их произведение – на 1024.

**Входные данные**

Первая строка входного файла содержит целое число  $N$  – общее количество чисел в наборе. Каждая из следующих  $N$  строк содержит одно число, не превышающее 40 000. Гарантируется, что число в ответе не превышает  $2 \cdot 10^9$ .

Вам даны два входных файла (A и B), каждый из которых имеет описанную выше структуру. В ответе укажите два числа: сначала искомое значение для файла A, затем – для файла B.