

В заданиях используются следующие соглашения.

1. Обозначения для логических связей (операций):

- а) *отрицание* (инверсия, логическое НЕ) обозначается \neg (например, $\neg A$);
- б) *конъюнкция* (логическое умножение, логическое И) обозначается \wedge (например, $A \wedge B$) либо $\&$ (например, $A \& B$);
- в) *дизъюнкция* (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается \vee (например, $A \vee B$) либо $|$ (например, $A | B$);
- г) *следование* (импликация) обозначается \rightarrow (например, $A \rightarrow B$);
- е) *тождество* обозначается \equiv (например, $A \equiv B$); выражение $A \equiv B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);
- ф) символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 – для обозначения лжи (ложного высказывания).

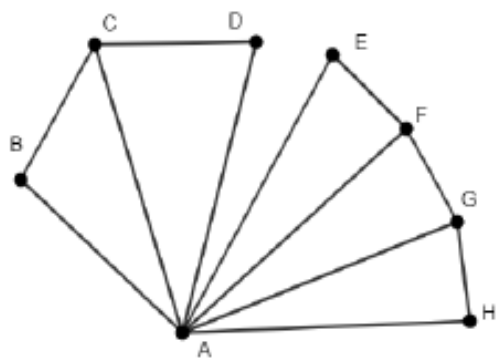
2. Два логических выражения, содержащие переменные, называются *равносильными* (эквивалентными), если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения $A \rightarrow B$ и $(\neg A) \vee B$ равносильны, а $A \vee B$ и $A \wedge B$ неравносильны (значения выражений разные, например, при $A = 1, B = 0$).

3. Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом, $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$ означает то же, что и $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$.

Возможна запись $A \wedge B \wedge C$ вместо $(A \wedge B) \wedge C$. То же относится и к дизъюнкции: возможна запись $A \vee B \vee C$ вместо $(A \vee B) \vee C$.

4. Обозначения Мбайт и Кбайт используются в традиционном для информатики смысле – как обозначения единиц измерения, соотношение которых с единицей «байт» выражается степенью двойки.

На рисунке схема дорог изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог в километрах. Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Известно, что дорога EF длиннее дороги BC. Определите сумму длин дорог AD и AG.



	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
П1					24			18
П2			13		21			
П3		13			20	19		
П4					25		10	
П5	24	21	20	25		22	26	29
П6			19		22			
П7				10	26			15
П8	18				29		15	

Задание 2 Логическая функция F задаётся выражением $((w \rightarrow \neg x) \equiv (z \rightarrow y)) \wedge (y \vee w)$.

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

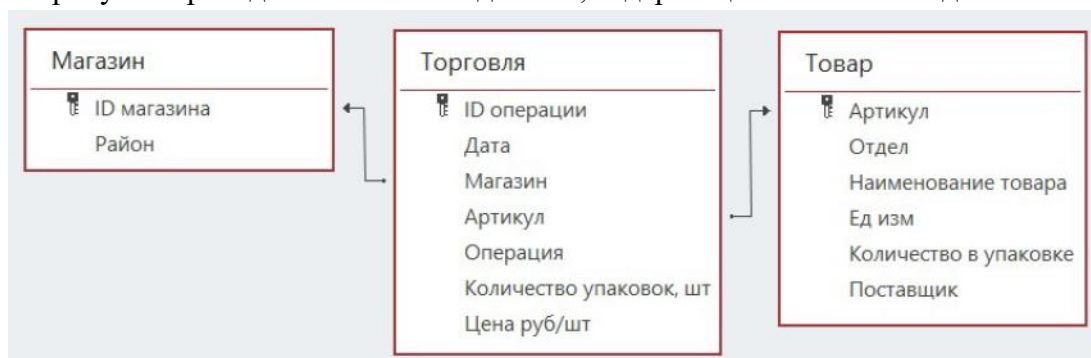
Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
1	1	1	0	0
0	0	1	1	1
0		0		1

Задание 3 В файле **3.xls** приведён фрагмент базы данных «Продукты», содержащей информацию о поставках товаров и их продаже. База данных состоит из трёх таблиц.

Таблица «Торговля» содержит записи о поставках и продажах товаров в магазинах города в июне.

Таблица «Товар» содержит данные о товарах. Таблица «Магазин» содержит данные о магазинах.

На рисунке приведена схема базы данных, содержащая все поля каждой таблицы и связи между ними.



Используя информацию из приведённой базы данных, определите общую сумму выручки, полученную от продаж продуктов отдела «Молоко» в магазинах Октябрьского района с 20 по 25 июня. В ответе запишите число – найденную сумму выручки в рублях.

Задание 4 По каналу связи передаются сообщения, содержащие только заглавные русские буквы. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Кодовые слова для некоторых букв известны: А — 000, Б — 01, В — 1101, Г — 111, Д — 0010, Е — 100. Какое наименьшее количество двоичных знаков потребуется для кодирования слова КОКОС?

Задание 5. На вход алгоритма подаётся натуральное число N . Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа N .
2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
 - а) если сумма цифр в двоичной записи числа чётная, то к этой записи справа дописывается 0, а затем два левых разряда заменяются на 10;
 - б) если сумма цифр в двоичной записи числа нечётная, то к этой записи справа дописывается 1, а затем два левых разряда заменяются на 11.
3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа R .

Например, для исходного числа $6 = 110_2$ результатом является число $1000_2 = 8$, а для исходного числа $4 = 100_2$ результатом является число $1101_2 = 13$.

Укажите минимальное число N , после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число R , не меньшее, чем 32.

Задание 6. Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси абсцисс, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения.

У исполнителя существует 6 команд: **Поднять хвост**, означающая переход к перемещению без рисования; **Опустить хвост**, означающая переход в режим рисования; **Вперёд n** (где n – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова; **Назад n** (где n – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлению; **Направо m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов по часовой стрелке, **Налево m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки.

Запись

Повтори k [Команда1 Команда2 ... КомандаS]

означает, что последовательность из S команд повторится k раз.

Черепахе был дан для исполнения следующий алгоритм:

Повтори 2 [Вперёд 5 Направо 90 Вперёд 8 Направо 90]

Поднять хвост

Вперёд 2 Направо 90 Вперёд 4 Налево 90

Опустить хвост

Повтори 2 [Вперёд 4 Направо 90 Вперёд 9 Направо 90]

Выполняя этот алгоритм, Черепаха рисует одну за другой две фигуры. Определите, сколько точек с целочисленными координатами будут находиться внутри области, полученной при пересечении двух фигур. Точки на границах указанной области следует учитывать.

Задание 7. Музыкальный фрагмент был записан в формате стерео (двухканальная запись), оцифрован с частотой дискретизации 44 кГц и разрешением 16 бит и сохранён без использования сжатия данных. Получился файл размером 120 Мбайт. Затем тот же фрагмент был записан в формате квадро (четырёхканальная запись) с частотой дискретизации 88 кГц и тоже сохранён без сжатия, при этом получился файл размером 720 Мбайт. С каким разрешением проводилась вторая запись? В ответе укажите целое число – разрешение в битах, единицу измерения писать не нужно.

Задание 8. Сколько существует чисел, шестнадцатеричная запись которых содержит 4 цифры, причём все цифры различны и никакие две чётные и две нечётные цифры не стоят рядом.

Задание 9. В файле электронной таблицы **9.xls** содержатся вещественные числа – результаты ежечасного измерения концентрации примесей в воде очистных установок на протяжении трех месяцев. Найдите количество значений концентраций, не совпадающих ни с тремя различными минимальными, ни с тремя различными максимальными значениями, полученными за весь период наблюдений.

Задание 10. Определите, сколько раз в тексте романа Михаила Булгакова «Мастер и Маргарита» (файл **10.docx**) встречается существительное «француз» в любой форме.

Задание 11. Каждый объект, зарегистрированный в информационной системе, получает уникальный код из двух частей. Первая часть определяет категорию объекта и состоит из 7 символов, каждый из которых может быть любой из 26 заглавных латинских букв. Вторая часть кода задаёт порядковый номер объекта внутри категории и может быть целым числом от 1 до 999. Для представления первой части кода используют посимвольное кодирование, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством битов. Вторая часть кодируется как двоичное целое число с использованием минимально возможного количества битов. Для кода в целом выделяется минимально возможное целое количество байтов. Кроме того, для каждого объекта выделен одинаковый объём памяти для хранения дополнительных регистрационных данных. Для хранения кода и дополнительных регистрационных данных 48 объектов потребовалось 1056 байт. Сколько байтов выделено для хранения дополнительных регистрационных данных одного объекта? В ответе запишите только целое число – количество байтов.

Задание 12. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

заменить (v, w)

нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

К исходной строке, содержащей более 60 единиц и не содержащей других символов, применили приведённую ниже программу.

НАЧАЛО

ПОКА нашлось (111)

 заменить (111, 2)

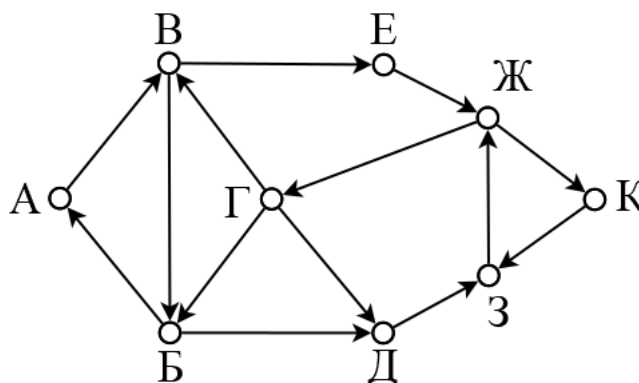
 заменить (222, 1)

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

В результате получилась строка 221. Какое наименьшее количество единиц могло быть в исходной строке?

Задание 13 На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует маршрутов, начинающихся и оканчивающихся в городе Г и не проходящих дважды через один и тот же пункт?



Задание 14. Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 44.

$$1x23_{44} + 32x1_{44}$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 44-ричной системы счисления. Определите наибольшее значение x , при котором значение данного арифметического выражения кратно 42. Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 42 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

Задание 15 Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 50)) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 18) \vee \text{ДЕЛ}(x, 50))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задание 16. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(0) = 0;$$

$$F(n) = F(n/2), \text{ если } n > 0 \text{ и при этом } n \text{ чётно};$$

$$F(n) = 1 + F(n - 1), \text{ если } n \text{ нечётно}.$$

Сколько существует таких чисел n , что $1 \leq n \leq 500$ и $F(n) = 8$?

Задание 17. В файле **17.txt** содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые положительные значения до 10 000 включительно. Необходимо найти сумму минимального и максимального числа среди оканчивающихся на 4 элементов последовательности. Затем программа должна найти и вывести количество пар элементов последовательности, сумма которых меньше найденной суммы, а также наибольшую из этих сумм. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

Задание 18 Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 20$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: **вправо** или **вниз**. По команде **вправо** Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде **вниз** — в соседнюю нижнюю. При попытке пересечь границы (внутренние и границы квадрата) Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата указана плата за посещение в размере от 1 до 100. Посетив клетку, Робот платит за её посещение; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Определите максимальную денежную сумму, которую заплатит Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю.

Пример входных данных:

1	8	8	4
10	1	1	3
1	3	12	2
2	3	5	6

Для указанных входных данных ответом должно быть число: 41

Задание 19. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 87. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 87 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 9 камней, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 77$.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание 20. Для игры, описанной в задании 19, найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 21. Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задание 22. В файле **22.xls** содержится информация о совокупности N вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Будем говорить, что процесс B зависит от процесса A , если для выполнения процесса B необходимы результаты выполнения процесса A . В этом случае процессы могут выполняться только последовательно. Информация о процессах представлена в файле в виде таблицы. В первом столбце таблицы указан идентификатор процесса (ID), во втором столбце таблицы – время его выполнения в миллисекундах, в третьем столбце перечислены с разделителем «;» ID процессов, от которых зависит данный процесс. Если процесс является независимым, то в таблице указано значение 0.

Определите минимальное время, через которое завершится выполнение всей совокупности процессов, при условии, что все независимые друг от друга процессы могут выполняться параллельно.

Типовой пример организации данных в файле:

ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса(ов) A
1	4	0
2	3	0
3	1	1; 2
4	7	3

В данном случае независимые процессы 1 и 2 могут выполняться параллельно, при этом процесс 1 завершится через 4 мс, а процесс 2 – через 3 мс с момента старта. Процесс 3 может начаться только после завершения обоих процессов 1 и 2, то есть, через 4 мс после старта. Он длится 1 мс и закончится через $4 + 1 = 5$ мс после старта. Выполнение процесса 4 может начаться только после завершения процесса 3, то есть, через 5 мс. Он длится 7 мс, так что минимальное время завершения всех процессов равно $5 + 7 = 12$ мс.

Задание 23. Исполнитель преобразует число, записанное на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавь 1
2. Умножь на 2
3. Умножь на 5

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 2, третья – умножает на 5. Сколько существует различных программ, которые преобразуют исходное число 3 в число 260 и содержат больше команд умножения, чем сложения?

Задание 24. Текстовый файл **24.txt** содержит строку из символов А, В, С и цифр 1, 2, 3, всего не более чем 10^6 символов. Определите максимальное количество идущих подряд троек символов вида «буква + цифра + цифра».

Задание 25. Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «*» может задавать и пустую последовательность.

Среди натуральных чисел, не превышающих 10^8 , найдите все числа, соответствующие маске $12?4*65$, делящиеся на 141 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 141.

Задание 26. При проведении эксперимента заряженные частицы попадают на чувствительный экран, представляющий из себя матрицу размером 10000 на 10000 точек. При попадании очередной частицы на экран в файл записываются координаты чувствительного элемента: номер строки (целое число от 1 до 10000) и номер позиции в строке (целое число от 1 до 10000). Точка экрана, в которую попала хотя бы одна частица, считается светлой, точка, в которую ни одна частица не попала, – тёмной.

Вам необходимо по заданному протоколу определить номер строки с наибольшим количеством светлых точек в чётных позициях. Если таких строк несколько, укажите номер первой из подходящих строк.

Входные данные представлены в файле **26.txt** следующим образом. В первой строке входного файла записано целое число N – количество частиц, попавших на экран. В каждой из следующих N строк записаны по два числа, разделённые пробелом: номер строки и номер позиции в строке.

Запишите в ответе два числа: сначала наибольшее количество светлых точек в чётных позициях одной строки, затем – номер строки, в которой находятся эти точки.

Пример входного файла:

```
7
1 2
2 3
3 6
2 5
1 4
2 5
2 3
```

При таких исходных данных в строке 1 имеются две точки в чётных позициях (2 и 4). Ответ: 2 1.

11класс Вариант 3 на 21-04-23

Задание 27. Дана последовательность натуральных чисел. Назовём парой любые два числа из последовательности. Необходимо определить количество пар, в которых сумма чисел в паре делится без остатка на 3, а их произведение – на 1024.

Входные данные

Первая строка входного файла содержит целое число N – общее количество чисел в наборе. Каждая из следующих N строк содержит одно число, не превышающее 40 000. Гарантируется, что число в ответе не превышает $2 \cdot 10^9$.

Вам даны два входных файла (A и B), каждый из которых имеет описанную выше структуру. В ответе укажите два числа: сначала искомое значение для файла A, затем – для файла B.